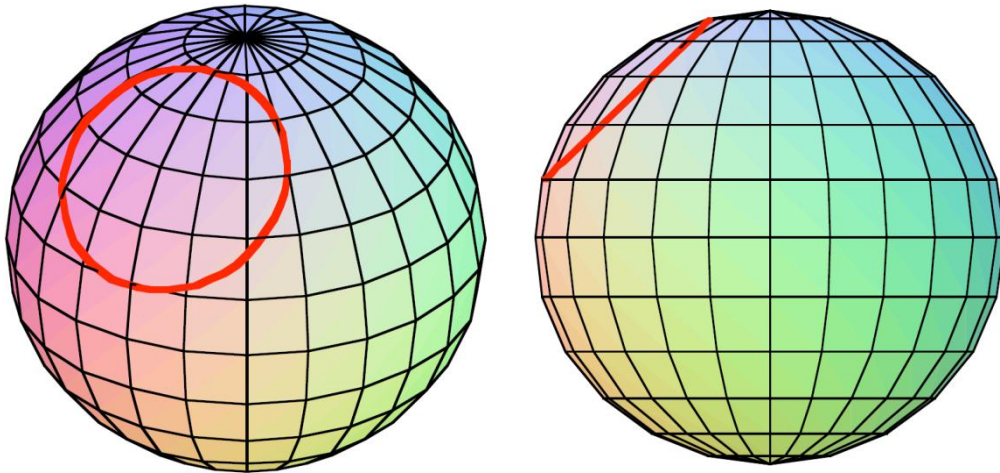


Egy újabb zsenyémről

Az előbb nézegettem egy internetről gyűjtött geometriai oktatási segédanyagot – [1]. Innen vettem az 1. ábrát is.



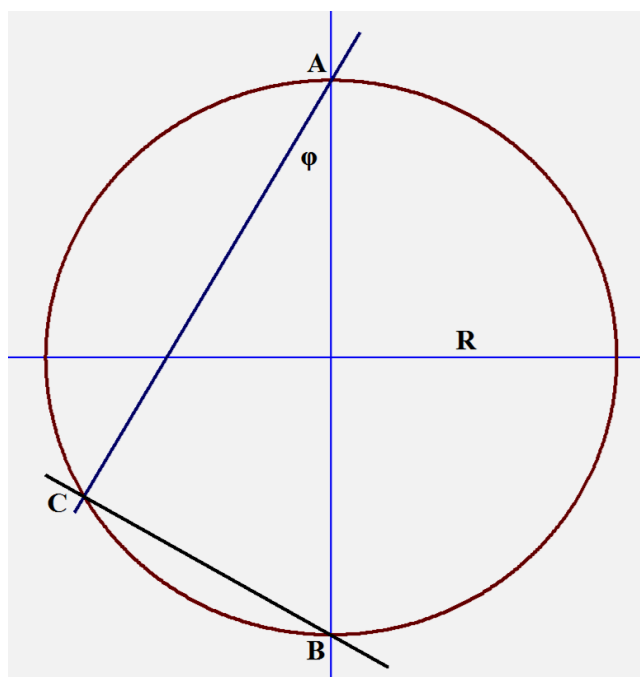
Kleinkreis

1. ábra

Itt azt látjuk, hogy a gömböt egy nem a középpontján átmenő síkkal elmetszve egy kiskört kapunk. Erről jutott az eszembe az alábbi

Tétel:

Egy R sugarú gömböt elmetszünk a 2. ábra szerinti AB , AC és BC nyomvonalú síkokkal. Állítjuk, hogy a két kiskör területének összege egyenlő a nagykör területével.



2. ábra

Igazolás:

Az **AC** húr hossza: $2 \cdot r_1 = 2 \cdot R \cdot \cos \varphi$, innen

az **AC** átmérőjű kiskör sugara:

$$r_1 = R \cdot \cos \varphi . \quad (1)$$

A **BC** húr hossza: $2 \cdot r_2 = 2 \cdot R \cdot \sin \varphi$, innen

a **BC** átmérőjű kiskör sugara:

$$r_2 = R \cdot \sin \varphi . \quad (2)$$

Az **AC** átmérőjű kiskör területe, (1) - gyel is:

$$T_1 = r_1^2 \cdot \pi = R^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \pi ; \quad (3)$$

a **BC** átmérőjű kiskör területe, (2) - vel is:

$$T_2 = r_2^2 \cdot \pi = R^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \pi ; \quad (4)$$

a két kiskör területének összege (3) és (4) szerint:

$$T_1 + T_2 = R^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \pi + R^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \pi = R^2 \cdot \pi \cdot (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = R^2 \cdot \pi = T ,$$

tehát:

$$T_1 + T_2 = T , \quad (5)$$

ahol:

$$T = R^2 \cdot \pi \quad (6)$$

a főkör / nagykör területe. Ezzel állításunkat igazoltuk.

Megjegyezzük, hogy eközben felhasználtuk *Thalész* tételét.

Forrás:

[1] – **Hans Walser**: Geometrie und Computergrafik, Modul 4 – Leben auf der Kugel
ETH Zürich, 2010.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnökstanár

Szödliget, 2015. 08. 17.